

ESPCI
Systèmes linéaires, signaux et bruit
TD 2 : Transformée de Fourier et échantillonnage

1 Calcul et estimation de spectre

1. Exprimez le signal $s(t)$ représenté en Fig. 1 à l'aide d'un produit de convolution avec le peigne de Dirac.
2. Déduisez-en son spectre, $\tilde{s}(\omega)$. En général, quelle est la forme du spectre d'un signal périodique ?
3. Qu'affiche, en général, la fonction « Fast Fourier Transform » (FFT) d'un oscilloscope correctement réglé pour un tel signal ?
4. Que devient $s(t)$ si on supprime la composante centrale ($\omega = 0$) de son spectre ?
5. Que devient le spectre si le signal est retardé de $T/2$? Comment cela se traduit-il sur l'affichage de l'oscilloscope ?

2 Échantillonnage, reconstruction, sous-échantillonnage

1. On considère un signal $s(t)$ dont le spectre est borné à la pulsation ω_m . On échantillonne ce signal à une pulsation $\omega_e \gg \omega_m$. Donnez l'aspect du spectre du signal échantillonné.
2. Quelle est la valeur minimale de ω_e pour échantillonner correctement le signal ?
3. On considère le signal $s(t) = \cos(\omega_m t)$. La Fig. 2 montre l'aspect du signal échantillonné aux pulsations $\omega_e \gg \omega_m$, $\omega_e = 2.2\omega_m$ et $\omega_e = 1.8\omega_m$. Commentez le résultat obtenu.
4. Expliquez comment on peut retrouver le signal original à partir d'un signal échantillonné correctement.

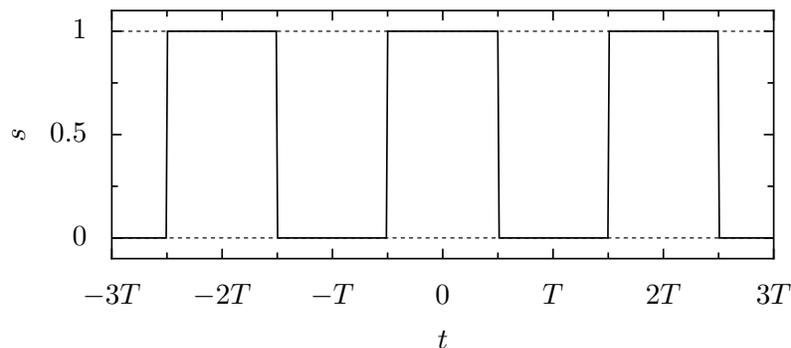


FIGURE 1 – Signal carré périodique $s(t)$.

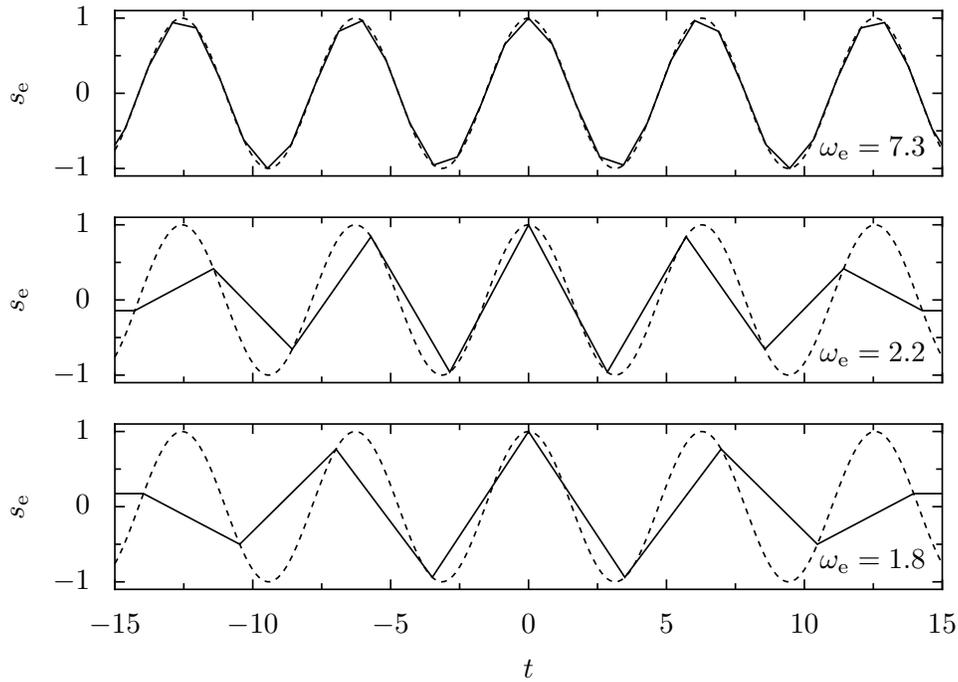


FIGURE 2 – Signal $s(t) = \cos(t)$ ($\omega_m = 1$, pointillés) échantillonné aux pulsations $\omega_e = 7.3$, 2.2 , et 1.8 .

5. On observe un signal $s(t) = \cos(1.1t)$ échantillonné à une pulsation $\omega_e = 1$. En raisonnant sur le spectre, quel signal obtient-on si on lui applique la reconstruction de Shannon ?
6. Effet stroboscopique : on échantillonne à une pulsation ω_e la rotation d'une roue, marquée d'un point sur sa périphérie, à la vitesse ω_0 . Tracez la courbe donnant la vitesse de rotation observée ω en fonction de la vitesse de rotation réelle pour une pulsation d'échantillonnage fixée.